

Bài 1. (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính $3\sqrt{49} - \sqrt{121}$.

2. Vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

3. Cho hai đường thẳng (d): $y = 2x + 1$ và (d'): $y = ax + b$ ($a \neq 0$). Tìm a, b biết (d') song song với (d) và đi qua điểm A(2;3).

Bài 2. (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases}$

2. Cho phương trình $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$, với m là tham số.

a) Tìm m để phương trình có hai nghiệm phân biệt.

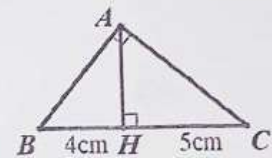
b) Khi phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 , tìm tất cả các giá trị của m để biểu thức $P = x_1^2 + x_2^2 + x_1x_2 + m^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Bài 3. (1,5 điểm)

Hai đội công nhân cùng thi công một đoạn đường nông thôn và dự định hoàn thành công việc đó trong 16 ngày. Khi làm được 12 ngày thì đội I được điều động đi làm việc ở nơi khác. Những ngày sau đó, đội II làm việc với năng suất gấp 1,5 lần năng suất ban đầu nên đã hoàn thành công việc đúng thời gian dự định. Hỏi theo năng suất ban đầu, nếu mỗi đội làm một mình thì phải bao nhiêu ngày mới hoàn thành công việc trên?

Bài 4. (3,5 điểm)

1. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $BH = 4 \text{ cm}$, $HC = 5 \text{ cm}$ (như hình vẽ). Tính độ dài AB và AH.



2. Cho tam giác ABC có ba góc nhọn ($AB < AC$) nội tiếp đường tròn (O; R). Hai đường cao AE và BF cắt nhau tại H.

a) Chứng minh tứ giác CEHF nội tiếp đường tròn. Xác định tâm của đường tròn đó.

b) Kẻ đường kính AD của đường tròn (O). Chứng minh tứ giác BHCD là hình bình hành. Biết $BC = R\sqrt{3}$, tính AH theo R.

c) Gọi N là giao điểm của đường thẳng CH và AB, K là giao điểm của hai đường thẳng BC và FN. Chứng minh $BK \cdot CE = BE \cdot CK$.

Bài 5. (1,0 điểm)

Giải phương trình $\frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x^2 - 12x + 2024} = \frac{1}{x^2 - 3x + 506}$.

HẾT

Ghi chú: Giám thị không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Bài 1: (2 điểm)

1, Ta có: $3\sqrt{49} - \sqrt{121} = 3 \cdot 7 - 11 = 21 - 11 = 10$

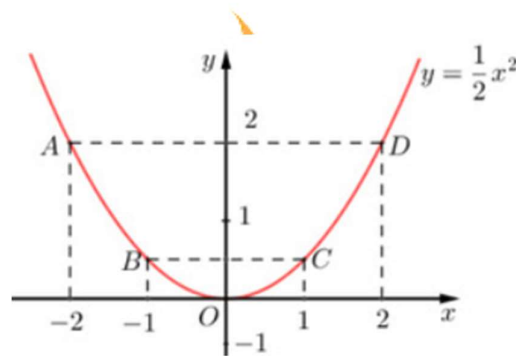
2, Vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = \frac{1}{2}x^2$	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2

\Rightarrow Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{2}x^2$ là parabol đi qua 5 điểm $(-2; 2)$, $(-1; \frac{1}{2})$, $(0; 0)$, $(1; \frac{1}{2})$, $(2; 2)$.

Đồ thị hàm số:



3, Cho (d): $y = 2x + 1$; (d'): $y = ax + b$ ($a \neq 0$)

Vì (d) // (d') nên $\begin{cases} a = 2 \\ b \neq 1 \end{cases}$, khi đó (d') có dạng $y = 2x + b$

Vì (d') đi qua điểm A(2; 3) nên thế $x = 2$, $y = 3$ vào hàm số (d') ta có:

$$3 = 2 \cdot 2 + b \Leftrightarrow b = -1 \text{ (nhận)}$$

Vậy, $a = 2$, $b = -1$.

Bài 2: (2 điểm)

1, Giải phương trình và hệ phương trình sau:

$$a, x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^4 + x^2 - 4x^2 - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2(x^2 + 1) - 4(x^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 2)(x^2 + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - 2)(x + 2)(x^2 + 1) = 0 \text{ (} x^2 + 1 > 0 \text{)}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + 2 = 0 \\ x - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Vậy, $S = \{-2; 2\}$.

$$b, \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 7 \\ 3x + 2y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ 3 \cdot 1 + 2y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases}.$$

Vậy, hệ phương trình có nghiệm $(x; y) = (1; -1)$.

2, Cho phương trình: $x^2 - 2(m-1)x + m^2 - 4 = 0$ (1) (m là tham số)

a, Xét $\Delta' = [-(m-1)]^2 - 1(m^2 - 4) = m^2 - 2m + 1 - m^2 + 4 = -2m + 5$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta' > 0$, hay:

$$-2m + 5 > 0 \Leftrightarrow m < \frac{5}{2}$$

Vậy, với $m < \frac{5}{2}$ thì phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt.

b, Để phương trình (1) có hai nghiệm x_1, x_2 thì $\Delta' \geq 0$, hay:

$$-2m + 5 \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{2}$$

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2(m-1) \\ x_1 x_2 = m^2 - 4 \end{cases}$.

Theo đề ta có:

$$P = x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 + m^2$$

$$= (x_1 + x_2)^2 - x_1 x_2 + m^2$$

$$= [2(m-1)]^2 - (m^2 - 4) + m^2$$

$$= [2(m-1)]^2 - m^2 + 4 + m^2$$

$$= [2(m-1)]^2 + 4 \geq 4.$$

Dấu “=” xảy ra khi $m-1 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ (nhận).

Vậy, GTNN của P là 4, dấu “=” xảy ra khi $m = 1$.

Bài 3: (1,5 điểm)

Gọi x (ngày) là thời gian đội I làm một mình hoàn thành công việc ($x > 16$).

y (ngày) là thời gian đội II làm một mình hoàn thành công việc ($y > 16$).

Trong 1 ngày, đội I hoàn thành $\frac{1}{x}$ (công việc);

đội II hoàn thành $\frac{1}{y}$ (công việc);

cả hai đội hoàn thành $\frac{1}{16}$ (công việc).

Theo đề ta có phương trình $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{16}$ (1).

Trong 12 ngày, cả hai đội hoàn thành $12 \cdot \frac{1}{16} = \frac{3}{4}$ (công việc).

Trong thời gian $16 - 12 = 4$ ngày còn lại, mỗi ngày đội II hoàn thành $1,5 \cdot \frac{1}{y} = \frac{3}{2y}$ (công việc).

Theo đề ta có phương trình:

$$\frac{3}{4} + 4 \cdot \frac{3}{2y} = 1 \Rightarrow 6y + 48 = 8y \Leftrightarrow y = 24 \text{ (nhận)}$$

Thế vào (1) ta được $\frac{1}{x} + \frac{1}{24} = \frac{1}{16} \Leftrightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{48} \Leftrightarrow x = 48$ (nhận)

Vậy, theo năng suất ban đầu, đội I làm một mình hoàn thành công việc trong 48 ngày; đội II làm một mình hoàn thành công việc trong 24 ngày.

Bài 4: (3,5 điểm)

1, Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABC vuông tại A, ta có:

$$AH^2 = HB \cdot HC = 4 \cdot 5 = 20$$

$$\Rightarrow AH = 2\sqrt{5} \text{ (cm)}.$$

Áp dụng định lý Pythagore vào ΔABH vuông tại H, ta có:

$$AB^2 = AH^2 + HB^2 = 20 + 4^2 = 36$$

$$\Rightarrow AB = 6 \text{ (cm)}.$$

Vậy, $AH = 2\sqrt{5}$ cm, $AB = 6$ cm.

2,

a, Vì ΔCHE vuông tại E nên E thuộc đường tròn đường kính CH.

Vì ΔCHF vuông tại F nên F thuộc đường tròn đường kính CH.

Suy ra 4 điểm C, E, H, F cùng thuộc đường tròn đường kính CH.

Gọi I là trung điểm của CH.

Vậy, tứ giác CEHF nội tiếp đường tròn tâm I.

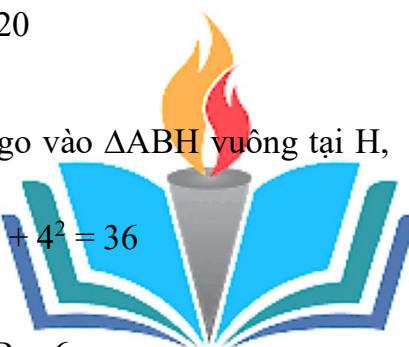
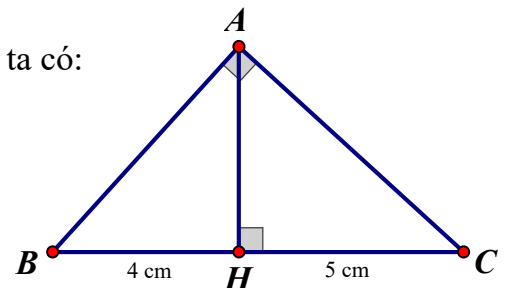
b, Vì C thuộc đường tròn đường kính AD nên $\widehat{ACD} = 90^\circ$.

Hay $DC \perp AC$

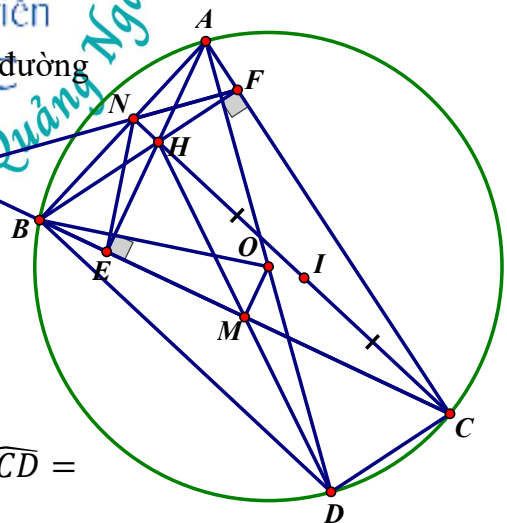
Mà $BF \perp AC$

Suy ra $DC \parallel BF$ hay $DC \parallel BH$ (1)

Vì B thuộc đường tròn đường kính AD nên $\widehat{ABD} = 90^\circ$.



Huyện Tư Nghĩa - Tỉnh Quảng Ngãi
 vì sự nghiệp phát triển
 GIÁO DỤC



Hay $DB \perp AB$.

ΔABC có hai đường cao AE và BF cắt nhau tại H nên H là trực tâm của ΔABC ,
Suy ra CH là đường cao thứ 3, hay $CH \perp AB$

mà $DB \perp AB$ (cmt)

suy ra $CH \parallel DB$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra tứ giác $BDCH$ là hình bình hành.

Gọi M là giao điểm của HD và BC

Suy ra M là trung điểm của HD và BC

$$\Rightarrow BM = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}R\sqrt{3} = \frac{R\sqrt{3}}{2}.$$

Vì M là trung điểm của BC nên $OM \perp BC$ (liên hệ giữa đường kính và dây cung)

Áp dụng định lý Pythagore vào ΔBOM vuông tại M , ta có:

$$OB^2 = OM^2 + BM^2$$

$$\Rightarrow OM^2 = OB^2 - BM^2 = R^2 - \left(\frac{R\sqrt{3}}{2}\right)^2 = \frac{R^2}{4}$$

$$\Rightarrow OM = \frac{R}{2}.$$

Xét ΔAHD có: O là trung điểm của AD

M là trung điểm của HD

Suy ra OM là đường trung bình của ΔAHD

Suy ra $AH = 2OM = R$.

c, Theo câu b ta có $CN \perp AB$

Ta chứng minh được tứ giác $ANHF$, $BNHE$ và $BEFA$ nội tiếp

Khi đó ta có: $\widehat{HNF} = \widehat{HAF} = \widehat{EAF} = \widehat{EBF} = \widehat{EBH} = \widehat{ENH}$

Suy ra NC là phân giác của góc ENF

Mà $BN \perp NC$, suy ra BN là phân giác của góc ENK .

Áp dụng tính chất đường phân giác vào ΔNEF (với NB là phân giác trong, NC là phân giác ngoài), ta có:

$$\frac{BK}{BE} = \frac{NK}{NE} = \frac{CK}{CE}$$

Suy ra $BK \cdot CE = BE \cdot CK$.

Bài 5: (1 điểm)

Giải phương trình $\frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x^2 - 12x + 2024} = \frac{1}{x^2 - 3x + 506}$ (ĐKXĐ: $x \neq 0$)

Với $a, b > 0$, ta có:

$$(a - b)^2 \geq 0 \Leftrightarrow (a + b)^2 \geq 4ab \Leftrightarrow \frac{a+b}{ab} \geq \frac{4}{a+b} \Leftrightarrow \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq \frac{4}{a+b}.$$

Dấu “=” xảy ra khi $a = b$.

Ta có $3x^2 > 0$ (vì $x \neq 0$) và $x^2 - 12x + 2024 = (x - 6)^2 + 1988 > 0$.

$$\text{Khi đó } \frac{1}{3x^2} + \frac{1}{x^2 - 12x + 2024} \geq \frac{4}{3x^2 + x^2 - 12x + 2024} = \frac{4}{4x^2 - 12x + 2024} = \frac{1}{x^2 - 3x + 506}$$

Dấu “=” xảy ra khi:

$$3x^2 = x^2 - 12x + 2024$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 12x - 2024 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x - 1012 = 0$$

$$\Delta' = 3^2 - (-1012) = 1021 > 0$$

Phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = -3 - \sqrt{1021} \text{ (nhận); } x_2 = -3 + \sqrt{1021} \text{ (nhận)}$$

$$\text{Vậy, } S = \{-3 - \sqrt{1021}; -3 + \sqrt{1021}\}.$$

