SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
QUẢNG NGÃI

ĐỀ CHÍNH THỨC

KỲ THI TUYỂN SINH VÀO LỚP 10 THPT
NĂM HỌC 2024-2025
Ngày thi: 06/6/2024
Môn thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 120 phút

Bài 1: (2,0 điểm)

1. Thực hiện phép tính $\sqrt{49}-\sqrt{3}.\sqrt{12}$.

2. Cho hàm số $y=2x^2$ có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P).

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm của (P) và đường thẳng $(d): y=-x+6$.

Bài 2: (2,0 điểm)

1. Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a) $x^2-x-6=0$.

b) $\begin{cases} x-2y=-1 \\ 2x+y=8 \end{cases}$.

2. Cho phương trình $x^2-2x+3m-3=0$ với m là tham số. Tìm m để phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1+3x_2=7$.

Bài 3: (1,5 điểm) Một công ty có kế hoạch sản xuất 7500 bộ bàn ghế trong một thời gian quy định. Để hoàn thành sớm kế hoạch, mỗi ngày công ty đã sản xuất nhiều hơn 50 bộ bàn ghế so với số bộ bàn ghế phải làm trong một ngày theo kế hoạch. Vì thế công ty đã hoàn thành công việc sớm hơn kế hoạch 5 ngày. Hỏi theo kế hoạch, mỗi ngày công ty phải sản xuất bao nhiêu bộ bàn ghế?

Bài 4: (3,5 điểm) Cho đường tròn tâm O, đường kính $AB=8$ cm. Trên đường thẳng d vuông góc với AB tại B, lấy một điểm C bất kỳ (C khác B). Nối AC cắt đường tròn (O) tại D (D khác A). Gọi H là trung điểm của AD.

a) Chứng minh $OBCH$ là tứ giác nội tiếp.

b) Đường thẳng OH cắt d tại E. Chứng minh $BC.BE=BO.BA$.

c) Khi $BC=6$ cm, tính diện tích tam giác CHE.

d) Chứng minh rằng tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ACE luôn thuộc một đường thẳng cố định khi điểm C thay đổi.

Bài 5: (1,0 điểm) Cho các số thực dương x, y thỏa mãn $x+y\le 1$.

a) Chứng minh rằng $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\ge\dfrac{4}{x+y}$.

b) Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\dfrac{1}{x^2+y^2}+\dfrac{7}{4xy}+4xy$.

__________ HẾT __________

Ghi chú: *Giám thị không giải thích gì thêm.*

ĐÁP ÁN THAM KHẢO

Giải bởi Lâm Thanh Nam
Giáo viên Toán tại trường THCS Nghĩa Lâm, huyện Tư Nghĩa, tỉnh Quảng Ngãi

----

Bài 1: *(2 điểm)*

1, Ta có: $\sqrt{49} - \sqrt{3}.\sqrt{12} = \sqrt{49} - \sqrt{36}$ = 7 – 6 = 1.

2, Cho hàm số $y = 2x^2$.

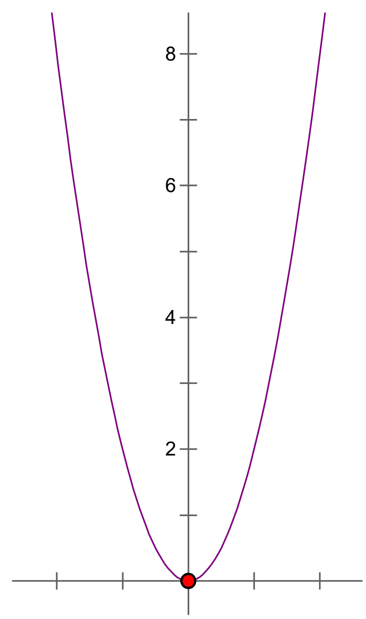
a, Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x^2$.

Ta có bảng giá trị sau:

x	-2	-1	0	1	2
$y = 2x^2$	8	2	0	2	8

=> Đồ thị hàm số $y = 2x^2$ là parabol đi qua 5 điểm (-2; 8), (-1; 2) , (0; 0), (1; 2), (2; 8).

Đồ thị hàm số:



b, Hoành độ giao điểm của (P) và (d) là nghiệm của phương trình:

$2x^2 = -x + 6$

<=> $2x^2 + x - 6 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4.2.(-6) = 49 > 0$, phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$$x_1 = \frac{-1-\sqrt{49}}{2.2} = -2; x_2 = \frac{-1+\sqrt{49}}{2.2} = \frac{3}{2}.$$

Với x = -2 => y = 8;

Với x = $\frac{3}{2}$ => y = $\frac{9}{2}$.

Vậy, (d) cắt (P) tại hai điểm (-2; 8) và $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2}\right)$.

Bài 2: *(2 điểm)*

1, Giải phương trình và hệ phương trình sau:

a, $x^2 - x - 6 = 0$

<=> (x – 3)(x + 2) = 0

<=> $\left[\begin{array}{l} x+2=0 \\ x-3=0 \end{array}\right.$ <=> $\left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Vậy, S= {-2; 3}.

b, $\begin{cases} x-2y=-1 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 2x-4y=-2 \\ 2x+y=8 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 5y=10 \\ 2x+y=8 \end{cases}$

<=> $\begin{cases} y=2 \\ 2x+2=8 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$.

Vậy, hệ phương trình có nghiệm (x; y) = (3; 2).

2, Cho phương trình: $x^2 - 2x + 3m - 3 = 0$ (1) (m là tham số)

Xét Δ' = $(-1)^2 - 1(3m - 3) = 1 - 3m + 3 = -3m + 4$.

Để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thì Δ' > 0, hay:

$$-3m + 4 > 0 \iff m < \frac{4}{3}$$

Khi đó, áp dụng hệ thức Vi-ét, ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=2 & (1) \\ x_1x_2=3m-3 & (2) \end{cases}$.

Theo đề ta có: $2x_1 + 3x_2 = 7$ (3)

Từ (1) và (3) ta có hệ phương trình:

$\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ 2x_1+3x_2=7 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} 2x_1+2x_2=4 \\ 2x_1+3x_2=7 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} x_1+x_2=2 \\ x_2=3 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} x_1=-1 \\ x_2=3 \end{cases}$.

Thế vào (2) ta được:

(-1).3 = 3m – 3

<=> -3 = 3m – 3

<=> m = 0 (nhận)

Vậy, m = 0.

Bài 3: *(1,5 điểm)*

Gọi x (bộ bàn ghế) là số bộ bàn ghế công ty dự định làm trong 1 ngày (ĐK: x > 0).

Số bộ bàn ghế công ty làm thực tế trong 1 ngày là x + 50 (ghế).

Số ngày công ty dự định hoàn thành kế hoạch là $\frac{7500}{x}$ (ngày).

Số ngày công ty hoàn thành kế hoạch thực tế là $\frac{7500}{x+50}$ (ngày).

Theo đề ta có phương trình:

$\frac{7500}{x} - \frac{7500}{x+50} = 5$

<=> $\frac{1500}{x} - \frac{1500}{x+50} = 1$

=> 1 500(x + 50) – 1 500x = x(x + 50)

<=> 1 500x + 75 000 – 1 500x = x^2 + 50x

<=> x^2 + 50x – 75 000 = 0

Δ' = 25^2 + 75 000 = 75 625 > 0, phương trình có hai nghiệm phân biệt:

$x_1 = \frac{-25-\sqrt{75625}}{1} = -300$ (loại);

$x_2 = \frac{-25+\sqrt{75625}}{1} = 250$ (nhận).

Vậy, theo kế hoạch, mỗi ngày công ty phải sản xuất 250 bộ bàn ghế.

Bài 4: *(3,5 điểm)*

a, Vì H là trung điểm của CD nên OH ⊥ CD (liên hệ giữa đường kính và dây cung).

Tứ giác OBCH có: $\widehat{OBC} + \widehat{OHC}$

$= 90^0 + 90^0 = 180^0$.

Tứ giác OBCH nội tiếp đường tròn.

b, Xét ΔABC và ΔEBO có:

$\widehat{ABC} = \widehat{OBE}$ (= 90^0)

$\widehat{ACB} = \widehat{BOE}$ (cùng bù với $\widehat{BOH}$)

Suy ra, ΔABC ∽ ΔEBO (g – g)

=> $\frac{AB}{EB} = \frac{BC}{BO}$ => BC.BE = BO.BA.

c, Ta có BO = OA = $\frac{AB}{2}$ = 4 (cm).

Theo câu b, ta có: BC.BE = BO.BA

=> BE = $\frac{BO.BA}{BC} = \frac{4.8}{6} = \frac{16}{3}$ (cm)

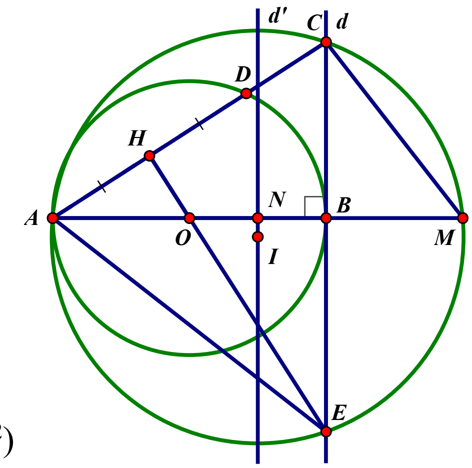
Khi đó: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{1}{2}.8.6$ = 24 (cm^2)

$S_{\Delta OBE} = \frac{1}{2}BO.BE = \frac{1}{2}.4.\frac{16}{3} = \frac{32}{3}$ (cm^2)

Áp dụng định lý Pythagoras vào ΔBOE vuông tại B, ta có:

$OE^2 = OB^2 + BE^2 = 4^2 + \left(\frac{16}{3}\right)^2 = \frac{400}{9}$

Suy ra $OE = \frac{20}{3}$ (cm).



Xét ΔAHO và ΔEBO có:

$\widehat{AHO} = \widehat{OBE}$ $(= 90^0)$

$\widehat{AOH} = \widehat{BOE}$ (đđ)

Suy ra, ΔAHO ∽ ΔEBO (g – g)

$=> \frac{S_{\Delta AHO}}{S_{\Delta OBE}} = \left(\frac{AO}{EO}\right)^2 = \left(\frac{4}{\frac{20}{3}}\right)^2 = \frac{9}{25}$

$=> S_{\Delta AHO} = \frac{9}{25} S_{\Delta OBE} = \frac{9}{25} . \frac{32}{3} = \frac{96}{25}$ (cm^2)

Ta có: $S_{\Delta AHO} + S_{\Delta HCE} = S_{\Delta OBE} + S_{\Delta ABC}$

$=> S_{\Delta HCE} = S_{\Delta OBE} + S_{\Delta ABC} - S_{\Delta AHO}$

$= \frac{32}{3} + 24 - \frac{96}{25} = \frac{2312}{75}$ (cm^2).

d, Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACE, đường thẳng AB cắt (I) tại M.

Xét ΔMBC và ΔEBA có:

$\widehat{ABE} = \widehat{MBC}$ $(= 90^0)$

$\widehat{MCB} = \widehat{BAE}$ (cùng chắn cung ME)

Suy ra, ΔMBC ∽ ΔEBA (g – g)

$=> \frac{MB}{EB} = \frac{BC}{BA}$ => BC.BE = BM.BA.

Mà BC.BE = BO.BA (câu b)

=> BO = BM, hay M là điểm cố định.

Gọi N là trung điểm của AM, vì A, M cố định nên N cố định

=> IN ⊥ AM (liên hệ giữa đường kính và dây cung).

Mà AM cố định, N cố định nên tâm đường tròn ngoại tiếp ΔACE luôn thuộc một đường thẳng cố định đi qua N và vuông góc với AM.

Bài 5: *(1 điểm)*

a, Với mọi số thực x, y dương ta có:

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y} <=> \frac{x+y}{xy} \geq \frac{4}{x+y} <=> (x + y)^2 \geq 4xy <=> (x - y)^2 \geq 0$ (luôn đúng).

Vậy, với mọi số thực x, y dương, ta có: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{4}{x+y}$.

b, Ta có: $S = \frac{1}{x^2+y^2} + \frac{7}{4xy} + 4xy$

$$= \left(\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2xy}\right) + 5\left(\frac{1}{4xy} + 4xy\right) - 16xy$$

* Theo câu a, ta có: $\frac{1}{x^2+y^2} + \frac{1}{2x} \geq \frac{4}{x^2+y^2+2xy} = \frac{4}{(x+y)^2} \geq 4.$

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x^2 + y^2 = 2xy \\ x + y = 1 \end{cases}$ <=> $\begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \end{cases}$ <=> x = y = $\frac{1}{2}$ (1)

* Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho hai số dương $\frac{1}{4xy}$ và 4xy, ta có:

$\frac{1}{4xy} + 4xy \geq 2\sqrt{\frac{1}{4xy}.4xy}$ = 2.

Dấu "=" xảy ra khi $\frac{1}{4x} = 4xy$ <=> $(xy)^2 = \frac{1}{16}$ <=> xy = $\frac{1}{4}$ (2)

* Ta có $(x – y)^2 \geq 0$ <=> $4xy \leq (x + y)^2 \leq 1$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x = y \\ x + y = 1 \end{cases}$ <=> x = y = $\frac{1}{2}$ (3)

Từ (1), (2), (3), ta có: S ≥ 4 + 5.2 – 4.1 = 10.

Dấu "=" xảy ra khi x = y = $\frac{1}{2}$.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của S là 10, dấu "=" xảy ra khi x = y = $\frac{1}{2}$.

--- Hết ---